Economic Bulletin of Senshu University
Vol. 49, No. 2, 61-86, 2014

貨幣創造とハイパー・インフレーション*

中島　巖**

＜要約＞

民間からの実物資源の買上げを企図した貨幣の発行，すなわち貨幣創造がもたらす収益差は創造益（seigniorage）と呼ばれる。

伝統的理論において，創造益の最適水準を問う際の最適性は，Phelps の資本蓄積の黄金律のそれに形式的類似性をもつ。すなわち，貨幣当局が完全予見定常均衡で測った費用，便益に基づき貨幣供給成長率を選ぶものである。

これに対し，Friedman は，期待インフレ率を政策変数として創造益の最大化を図る目標を提示した。さらに，Calvo は，その最大化に際して創造益の割引現在価値を対象値とした。

他方，Romer は，貨幣創造はハイパー・インフレーションとの相互関係の中で捉えるべきであるとし，創造益の最大化から導かれる貨幣成長率と創造益の間の Laffer 曲線に対し，Cagan の提示するハイパー・インフレーション時の貨幣需要函数を適用し，貨幣創造がハイパー・インフレーションの無条件的発生要因ではないことを主張した。

しかるに，貨幣需要に確率過程にしたがう確率変数が作用するとき，Laffer 曲線は，右上方に，あるいは，左下方にシフトする可能性が確かめられ，とりわけ，前者の場合においては，通貨当局が創造益追求を拡大し得る余地が増し，それに伴ってハイパー・インフレーションが昂進する可能性の増大化が帰結される。

また，貨幣需要の構成要因である名目利子率と実物産出量の固定化の制約が緩められ，後者の変動が許されるところで，貨幣創造がハイパー・インフレーションを昂進させ得る情況が満たすべき条件が導かれる。

JEL 区分：E-31，E-39
キーワード：ハイパー・インフレーション，貨幣創造益，Laffer 曲線

---

* 「シニョレッジ」は，seignorage と seigniorage の二様の綴り方が併用されているごとくであるが，本稿では，後者を採用する。

** 専修大学名誉教授

序

政策当局に新規の貨幣創造（money creation），すなわち硬貨鋳造，紙幣印刷への決意を促がす要因の源泉に異時点間の資源の移転（transfer）が含まれる。若年期の自らの選択の結果としての貨幣保有残高に比例的な規模に応じた老年期への移転，老年層への定額移転，若年層への定額移転，そして民間部門から政府部門への実物資源の形の移転，がそれらである。

最後のタイプの移転のための貨幣創造は，「シニョレッジ」（seigniorage）と呼ばれる。また，貨幣創造の権限をも，より狭義には，貨幣創造差益を指して呼称することもある。（本稿では，基本的に「貨幣創造益」を指すものとする。

しかるに，Friedman〔６〕は，貨幣創造益の規模の決定の問題，すなわち最適創造益問題（optional seigniorage problem）に対し，期待インフレ率を政策変数とみなし，貨幣創造益の最大化を政策目標とするところで，後にみる弾力性フォーミュラ（elasticity formula）を導いた。そこでの帰結は，完全予見定常均衡（perfect-foresight steady-state equilibrium）において妥当し得るそれであり，Phelps〔13〕,〔14〕の蓄積の黄金律（Golden Rule of Accumulation）に形式的類似性をもつ最適性のタイプである。（Mundell〔11〕，Marty〔９〕をも参照。）

上の Friedman の解法に対して，Auernheimer〔１〕は，時間的整合性（time-consistency）が満たされていないことを指摘し，さらに，Calvo〔４〕は，Friedman の解が妥当するのは，当局が将来インフレ率に関する公約の履行が義務化される場合にすぎないとし，現実に政府ルールとして撤回不能な公約を掲げることはあり得ないから，創造益最大化に際してインフレ期待を政策変数とみなすのは不当であるとし，現在から将来にまたがる創造益の割引現在価値の最大化を以って代るべき政策目標にすべきであると主張した。

Grossman＝Van Huyck〔７〕は，政策効果とインフレ期待の函数となる一種の政治過程としての政策当局の評判（reputation）を想定し，そこでの評判均衡（reputational equilibrium）の形で創造益最大化の問題に応えていかなければならないとした。そこでは，もはや，インフレ期待自体，政策変数とはならなくなる。

さらに，Cukierman＝Edwards＝Tabellini〔５〕は，インフレ率と創造益が国毎に異なる事実に注目し，政治的不安定性の因を政治的決定になる租税制度の変更に求めた。そこでの租税制度とは，２種類の公共財調達財源としての租税と創造益の構成比率であり，異なる構成比率，したがって租税制度をもつ信条を異にする政権の交替が想定された。

民間経済から政府への実物資源の移転は，一種の租税，すなわち貨幣創造益税（seigniorage tax）とみなし得る。Imrohoroğlu＝Prescott〔８〕は，消費水準の異時点間を通じた平準化を目指す主体から成る経済においては，預金に対する税引後の実質収益の規模が重要指標であり，かかる観点から，貨幣創造益税の労働所得税に対する劣位性を一般均衡分析の枠組の中で導いた。

ところで，Romer〔15〕(Chap. 10）は，貨幣創造，貨幣成長，そしてインフレーション（以下，単に「インフレ」と呼ぶ。）の間の相互関係を検討した。Cagan〔３〕の提示するハイパー・インフレーション時の貨幣需要函数を援用した上で，貨幣成長率と貨幣創造益の間の Laffer 曲線（Laffer curve）を導き，さらに，貨幣創造は，ハイパー・インフレーションの無条件の発生要因ではないことを連続型モデルの中で示した。（離散型モデルの下での Laffer 曲線の導出について，Obstfeld＝Rogoff〔12〕（Chap. 8）参照。また，世代重複型モデル下でのそれについて，Azariadis〔２〕(Chap. 26)， McCandless Jr.＝Wallace〔10〕(Chap. 10), Sargent〔16〕(Chap. 7)等参照。)

本稿の我々の目的は，Romer, *op. cit.,*の示唆に拠りながら，貨幣創造と(ハイパー)インフレーションの間の関係を検討することにある。まず，次節では，Cagan に拠るハイパー･インフレーション･モデルの動学を確かめる。次に，第 2 節では，連続型，離散型モデルにおける Laffer 曲線のあり方をみ，貨幣需要函数に確率過程にしたがう不確実性が作用するところで，不確実性が Laffer 曲線にもたらす影響をみる。さらに，第 3 節では，貨幣需要函数における名目利子率以外の要素の変動を許す情況の下での貨幣創造益とハイパー･インフレーションの間の関係をみる。最後に，若干の結論的言及がなされる筈である。

なお，本稿は最終稿ではない。

第 1 節　　ハイパー･インフレーション

1．Cagan 原モデル

本節では，ハイパー･インフレーションに関する Cagan モデルを概観する。[1)]

まず，本項では，Cagan の原モデル（original model）をみる。

Cagan, *op. cit.,*は，ハイパー・インフレーション期にあっては，貨幣残高保有に対する需要の他の何にも増して決定的な要因は，期待インフレ率であるとする。この際，実質所得，実質利子率の変化は無視し得る，すなわち，期間を通じて一定であるとみなし得るものとする。原モデルは，貨幣需要方程式と適応的期待（adaptive expectations）方程式の 2 本の方程式によって構成される。このとき，名目需要量は名目供給量と均等化しているものと想定される。すなわち，

$$m(t)-p(t)=-\alpha\pi^e(t),\ \alpha>0 \tag{1}$$

$$\dot{\pi}^e(t)=\nu[\pi(t)-\pi^e(t)],\ \nu>0 \tag{2}$$

がしたがう。ただし，$m=\log M$ で名目貨幣残高 M の対数値，$p=\log P$ で価格の対数値であり，π^e は期待インフレ率，π は実インフレ率を表わす。

さて，上の体系((1), (2)式)の動学をみるために，貨幣残高を所与として，(1)式を時間に関して微分し，

$$\dot{p}(t)=\frac{\dot{P}(t)}{P(t)}=\pi(t) \tag{3}$$

なる関係を考慮すれば

$$\begin{aligned}-\dot{p}(t)&=\alpha\dot{\pi}^e(t)\\&=-\alpha\nu[\pi(t)-\pi^e(t)]\end{aligned} \tag{4}$$

がしたがい，さらに，

$$-\pi(t) = -\alpha\nu[\pi(t) - \pi^e(t)] \tag{5}$$

$$\text{or} \quad \pi(t) = \frac{-\alpha\nu\pi^e(t)}{1-\alpha\nu} = \frac{\nu[m(t) - p(t)]}{1-\alpha\nu} \tag{6}$$

$$\text{or} \quad \dot{p}(t) = \frac{\nu[m(t) - p(t)]}{1-\alpha\nu} \tag{7}$$

がしたがう。ただし，$\alpha = (dM/M)/d\pi$ で，貨幣需要の半弾力性（semielasticity of demand）であり，期待インフレ率の変化(%)に対する貨幣需要の変化(%)を表わす。(7)式は，$p(t)$に関する1次微分方程式となる。

さて，(7)式は，$\dot{p}(t) = 0$ を満たす不動点（fixed point）において $p(t) = m(t)$ がしたがうことを示唆している。しかるに，これを t に関して微分すれば，$\dot{p}(t) = \pi(t) = \dot{m}(t)$ がしたがい，インフ

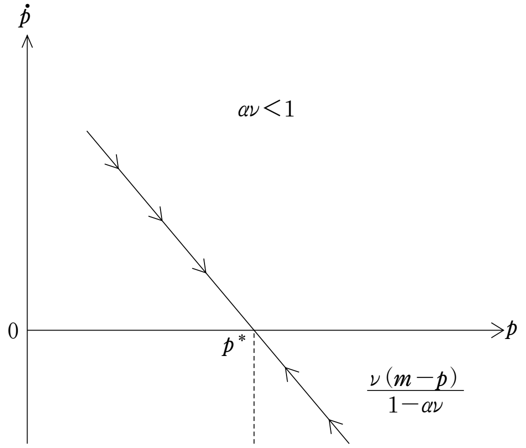

図-1(a)

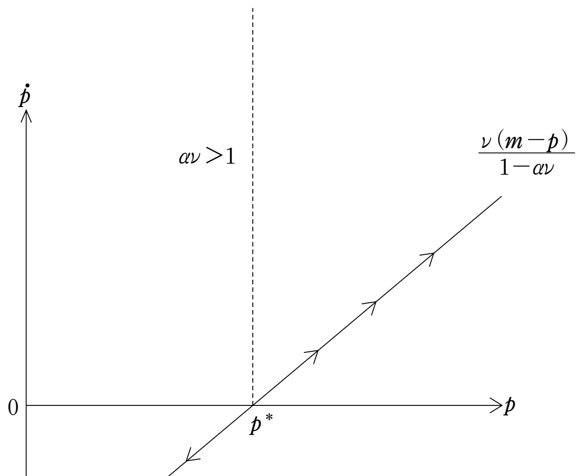

図-1(b)

レ率は貨幣供給成長率に均等化する。かかる帰結は，貨幣数量説が唱えるそれに他ならない。

ところで，上の体系の不動点は，(7)式の係数が，正の符号をとるときに限り安定的（stable）となることが確かめられる。すなわち，安定条件

$$1-\alpha\nu>0 \quad \text{or} \quad \alpha\nu<1 \tag{8}$$

がしたがう。(**図-1(a)**参照。[2])

(8)式の安定条件は，α が高い，すなわち，貨幣需要函数が高感応的であるとき，インフレ期待が，過去のインフレ率に対する適応が緩慢であり，すなわち，$\nu=1/\alpha$ が低水準にあることを要請する。かかる情況が妥当しないとき，体系は不安定的（unstable）となり，経済は，価格初期値が p^* より大きい(小さい)とき，加速的なインフレ(デフレ)を来たすことになる。(**図-1(b)**参照。)

ここで，インフレ期待に関して完全予見（perfect foresight）で表わされる合理的期待（rational expectations）が妥当するものとしよう。体系は，

$$m(t)-p(t)=-\alpha\pi^e(t),\ \alpha>0 \tag{9}$$

$$\dot{\pi}^e(t)=\pi(t) \tag{10}$$

と書き改められる。このとき，

$$m(t)-p(t)=-\alpha\pi(t)=-\alpha\dot{p}(t) \tag{11}$$

$$\text{or} \quad \dot{p}(t)=-\frac{1}{\alpha}[m(t)-p(t)] \tag{12}$$

がしたがう。

(11)式において，$p(t)$の係数は$1/\alpha>0$となり，体系は(大域的)不安定（globally unstable）となる。いま，貨幣供給 m_0の下で，$p_0=p^*$の均衡にあるものとする。ここで，貨幣供給が $m_0\to m_1$へと増加するものとすると，貨幣市場は均衡から外れ，均衡が回復されるためには，実質貨幣残高需要も増加しなければならない。すなわち，期待インフレ率(＝実インフレ率)が低下するときに限り，均衡の回復が実現される。しかるに，インフレ率が低下するにつれ，価格も低下し始める。貨幣残高が m_1で固定されると実質残高は上昇する。均衡を再回復させることは，実質貨幣残高需要が減少しなければならず，このことは，$\pi^e=\pi$ も低下することを意味し，価格水準の持続的低下がしたがう。(**図-2**参照[3]。)

さて，(12)式を

$$\dot{p}(t)-\frac{1}{\alpha}p(t)=-\frac{1}{\alpha}m(t) \tag{13}$$

と書き改めよう。(13)式は，1次微分方程式を与える。
一般解は，

$$p(t)=Ae^{t/\alpha}-\frac{1}{\alpha}\int_0^t m(s)e^{(t-s)/\alpha}ds \tag{14}$$

で表わされる。ただし，A は任意の定数である。さらに，(14)式を

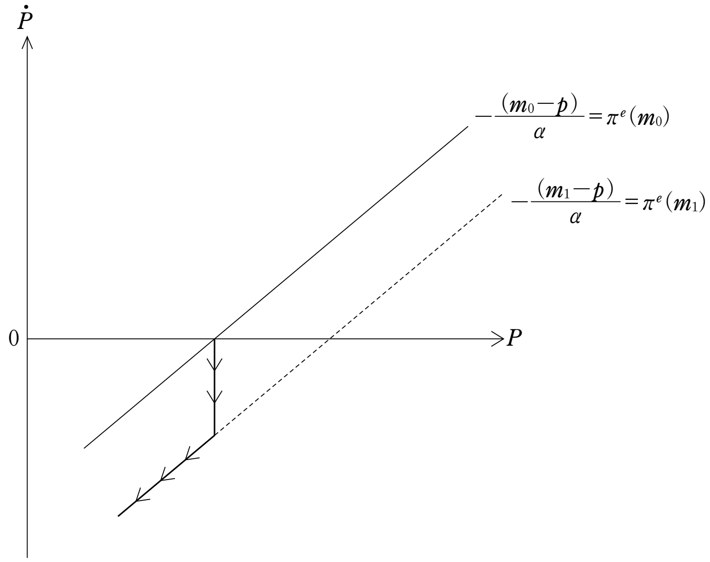

図-2

$$p(t)=e^{t/\alpha}\left[A-\frac{1}{\alpha}\int_0^t m(s)e^{-s/\alpha}ds\right. \tag{15}$$

と書き改めよう。しかるに，$p(t)$が$t\to\infty$に対して有界値に留まるためには，

$$A=\frac{1}{\alpha}\lim_{t\to\infty}\int_0^t m(s)e^{-s/\alpha}ds=\frac{1}{\alpha}\int_0^\infty m(s)e^{-s/\alpha}ds \tag{16}$$

がしたがうことが要請される。ここで，(16)式を(15)式右辺のAに代入すれば

$$p(t)=\frac{1}{\alpha}e^{t/\alpha}\int_t^\infty m(s)e^{-s/\alpha}ds,\qquad \text{for all } t \tag{17}$$

がしたがう。(17)式は，任意の時点tにおける価格水準が，それ以後の時点の貨幣供給量の割引現在価値に依存している先読み的（forward looking）なそれであることを意味している。

しかるに，解((17)式)において，各主体が将来の貨幣供給の時間経路を周知していることが暗黙に想定されている。もし，かかる想定が妥当せず，その期待値のみしか知り得ないとき，解は，

$$p(t)=\frac{1}{\alpha}e^{t/\alpha}\int_0^\infty m^*(s,t)e^{-s/\alpha}ds \tag{18}$$

で表わされる。ただし，$m^*(s,t)$は，時点sに対する貨幣供給量の時点tに形成される期待値である。(17)式の解との違いは，将来貨幣の実供給量が，(18)式では，時点tでの期待値に置き換えられている点にある。

さて，(17)式に戻って，$p(t)$が有界に留まるためには，

$$\lim_{s\to\infty}m(s)e^{(t-s)\alpha}=0 \tag{19}$$

が満たされることが要請される。[4]（19)式は，貨幣成長率に課せられる上限を与える。$m=\bar{m}$ と固定されているならば，(19)式の条件は満たされる。また，もし，m が指数的に成長し，$m(s)=\bar{m}e^{\mu s}$ となるならば，$\mu<1/\alpha$ のとき，(19)式が満たされる。

ところで，(15)式において，$Ae^{t/\alpha}$ の項は，投機的バブル（speculative bubble）の可能性を与えるそれである。投機的バブルの可能性を予め排除するならば，$A=0$ と設定すれば，均衡価格基礎的部分（fundamental）にのみ依存させることができる。

2. 離散型 Cagan モデル

本項では，連続型の Cagan 原モデルの離散型のそれへの変換をみてみる。

前項の(1)式は，(3)式を考慮すれば，

$$m(t)-p(t)=-\alpha\dot{p}(t) \tag{20}$$

と表現し直される。(20)式に対応する離散型の表現は，

$$m_t-p_t=-\alpha(p_{t+1}-p_t) \tag{21}$$

を導く。ただし，α は，貨幣残高需要の半弾力性であることは言うまでもない。

いま，(21)式を，さらに

$$p_t=\frac{1}{1+\alpha}m_t+\frac{\alpha}{1+\alpha}p_{t+1} \tag{22}$$

と変形すれば，(22)式は，時点 t での価格水準が予見可能な将来価格水準に依存する先読的なそれになることを意味している。

ここで，(22)式を 1 時点だけ先送りすれば

$$p_{t+1}=\frac{1}{1+\alpha}m_{t+1}+\frac{\alpha}{1+\alpha}p_{t+2} \tag{23}$$

がしたがう。(22)式の p_{t+1} を消去するために，(23)式を代入すれば

$$p_t=\frac{1}{1+\alpha}\left(m_t+\frac{1}{1+\alpha}m_{t+1}\right)+\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^2 p_{t+2} \tag{24}$$

がしたがう。以下，同様に，p_{t+2}, p_{t+3}，…を消去すべく同じ手続きを継続的に繰返せば

$$p_t=\frac{1}{1+\alpha}\sum_{s=t}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{s-t}m_s+\lim_{T\to\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^T p_{t+T} \tag{25}$$

がしたがう。

しかるに，(25)式右辺第 2 項において，価格水準対数値が$(1+\alpha)/\alpha$ 以上の率で指数的に上昇すると，時点 t の価格水準 p_t は，比例的に不断に上昇し続ける，すなわち，価格水準が自ら投機的バブル（self-generating speculative bubbles）を生み出すことになる。かかる場合を除けば，右辺

第 2 項は，ゼロに収束する，すなわち，

$$\lim_{T\to\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{T}p_{t+T}=0 \tag{26}$$

が満たされる。したがって，投機的バブルが存在しないところで，(25)式の均衡価格水準は，

$$p_t=\frac{1}{1+\alpha}\sum_{s=t}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{s-t}m_s \tag{27}$$

に帰着する。

ところで，(27)式の貨幣供給の係数和は，

$$\frac{1}{1+\alpha}\left[1+\frac{\alpha}{1+\alpha}+\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{2}+\cdots\right]=\frac{1}{1+\alpha}\left(\frac{1}{1-\frac{\alpha}{1+\alpha}}\right)=1 \tag{30}$$

がしたがう。このことは，貨幣が完全中立的（fully neutral）であり，名目的非伸縮性（nominal regidities）も貨幣錯覚（money illusion）も存在しない二分法（dichotomy）が妥当する場合に相当する。

さて，(29)式の解を求めよう。

まず，単純ケースをみてみる。もし，貨幣供給が永久的に一定値 $\bar{m}$ に留まり続けるならば，明らかにインフレは発生せず，$p_{t+1}-p_t=0$ がしたがう。このとき，$\bar{p}=\bar{m}$ が満たされるならば，これが解となる。

次に，貨幣供給が，期間当たり一定率 μ で増加する，すなわち

$$m_t=\bar{m}+\mu t \tag{31}$$

がしたがうものとする。このとき，価格水準も一定率 μ で増加する，すなわち，$p_{t+1}-p_t=\mu$ がしたがうものとし，この想定を Cagan の上の(27)式に適用すれば，

$$\begin{aligned}p_t&=\frac{1}{1+\alpha}\sum_{s=t}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{s-t}[m_t-\mu(s-t)]\\&=m_t+\frac{\mu}{1+\alpha}\left[\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)+\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{2}+\cdots\right]\sum_{s=t}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{s-t}\\&=m_t+\left(\frac{\mu}{1+\alpha}\right)\alpha(1+\alpha)=m_t+\alpha\mu\end{aligned} \tag{32}$$

がしたがう。これも，解を構成する。

(29)式の解は，より一般的な貨幣供給過程を含んでいる。いま，将来時点 T において貨幣供給が急上昇し，その後，永久に継続するという 0 時点における予期せぬ発表がもたらす効果をみる。ここで，

$$m_t=\begin{cases}\bar{m} & t<T\\ \bar{m}' & t\geq T\end{cases} \tag{33}$$

と想定します。[5] かかる貨幣供給経路の下で，(29)式は，直ちに，価格水準経路

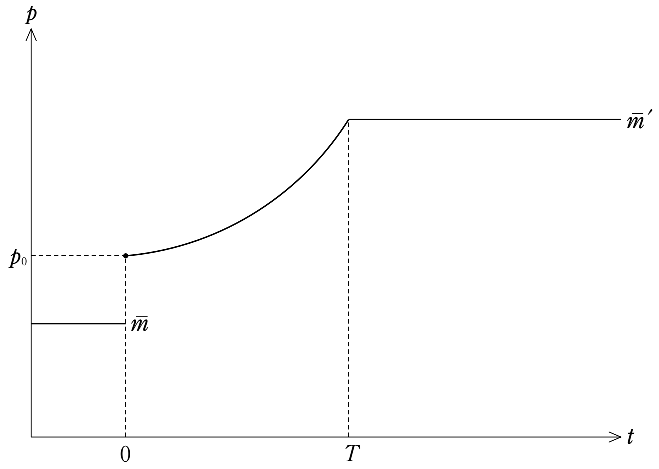

図-3

$$p_t = \begin{cases} \bar{m} + \left(\dfrac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{T-t}(\bar{m}' - \bar{m}), & t < T \\ p_t = \bar{m}', & t \geq T \end{cases} \tag{34}$$

を与える。価格水準が時点 0 においてジャンプし，時点 T において新たな定常状態に達するまで時間とともに可速的に上昇していくことを(34)式は示唆している。(**図-3**参照。[6])

1）本節の議論として，Shone〔17〕(Chap. 11), Turnovsky〔18〕(Chap. 3), Obstfeld＝Rogoff〔12〕(Chap. 8) 参照。

2）Shone, *op. cit.,* Figure11. 23 (p. 501) に準ずる。

3）Shone, *op. cit.,* Figure11. 24 (p. 502) に準ずる。

4）$m = \bar{m}$ に固定されるとき，この条件は満たされる。

5）かかる例につき，Obstfeld＝Rogoff, *op. cit.,* (Chap. 8) (p. 520) 参照。

6）Obstfeld＝Rogoff, *op. cit.,* Figure8. 1 (p. 520) に準ずる。

第 2 節　　最大持続可能貨幣創造益

1．Laffer 曲線

本節では，政府の貨幣創造からもたらされる創造益の最大持続可能水準のあり方をみる。

本項では，貨幣成長率と貨幣創造益の間の Laffer 曲線を導く。

すでにみたごとく，通貨当局がインフレ誘発的な率で貨幣供給を図る経験的事例が少なからず観察されてきた。そこには，インフレ動機として捉えた貨幣創造益の流列の割引現在価値の最大化を図るという政府目標が覗く。

Friedman〔６〕は，期待インフレ率を政策変数とみなし，そこでの決定値を妥当化する貨幣創造率のあり方を検討し，弾力性フォーミュラ（elasticity formula）を導いた。そこでは，政策目標として貨幣創造益の最大化が想定されている。

いま，貨幣創造によってもたらされたインフレに対して完全な調整が施された後の均衡状態を想定しよう。[7)]

まず，実質貨幣残高に対する需要 $m^D = M^D/P$ は，実質所得 Y と価格の実インフレ率ないし期待インフレ率 g_P に対し

$$m^D = f(Y, g_P) \tag{35}$$

で与えられる。ただし，利子率（の変化）の効果は相対的に微少であるとみなし得るとして省略される。しかるに，(35)式に対応する名目貨幣需要 M^D は，

$$M^D = Pf(Y, g_P) \tag{36}$$

で表わされるから，両辺の対数をとり時間に関して微分し，$M = M^D = M^S$ がしたがう均衡状態を想定すれば，直ちに

$$\mu = g_P + \eta_{mY} g_Y \tag{37}$$

がしたがう。ただし，$\mu = \dot{M}/M$ であり，$\eta_{mY} = \dfrac{\dot{M}}{M} / \dfrac{\dot{Y}}{Y}$ で，実質所得に関する実質貨幣残高の弾力性であり，また，$g_Y = \dot{Y}/Y$ である。

さて，貨幣創造益は $S = \dot{M}/P$ で定義され，

$$S = \frac{\dot{M}}{P} = \frac{M}{P} \cdot \frac{\dot{M}}{M} = \frac{M}{P}\mu = \frac{M}{P}(g_P + \eta_{mY} g_Y)$$

$$= f(Y, g_P)(g_P + \eta_{mY} g_Y) \tag{38}$$

がしたがう。しかるに，$g_Y = 0$ を満たす定常状態において，(38)式は

$$S(g_Y = 0) = \frac{M}{P} g_P \tag{39}$$

に帰着する。このとき，g_P を税率，M/P を課税ベースとみなせば，創造益は税収とみなし得る。

Friedman は，貨幣創造益 S（(38)式）を政策変数である期待インフレ率 g_P に関して最大化を図る。

直ちに，１階条件

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dg_P} &= f(Y, g_P)\left(1 + g_Y \frac{d\eta_{mY}}{dg_P}\right) + g_P + \eta_{mY} g_Y) \frac{df(Y, g_P)}{dg_P} \\
&= \frac{M}{P}\left(1 + g_Y \frac{d\eta_{mY}}{dg_P}\right) + \frac{M}{P} \cdot \frac{1}{f(Y, g_P)} (g_P + \eta_{mY} g_Y) \frac{df(Y, g_P)}{dg_P} \\
&= \frac{M}{P}\left[1 + g_Y \frac{d\eta_{mY}}{dg_P} + (g_P + \eta_{mY} g_Y) \frac{d \log m^D}{dg_P}\right] = 0
\end{aligned} \tag{40}$$

がしたがう。(40)式は，

$$(g_P + \eta_{mY} g_Y) \frac{d \log m^D}{dg_P} + g_Y \frac{d\eta_{mY}}{dg_P} = -1 \tag{41}$$

を導き，$g_Y=0$ を満たす定常状態において

$$g_P\frac{d\log m^D}{dg_P}=\eta_{mg_P}=-1 \tag{42}$$

がしたがい，最適解 g_P^* は g_P に関する m の弾力性＝1を与える。

Friedman は，Cagan〔3〕が与える貨幣需要函数

$$m^D=\ell(Y)e^{-bg_P} \tag{43}$$

が妥当する場合に上の手続を適用する。直ちに，

$$\frac{d\log m^D}{dg_P}=-b \tag{44}$$

$$\frac{d\eta_{mY}}{dg_P}=0 \tag{45}$$

がしたがい，最適解 g_P^* に関して陽表的には解けなかった(41)式からフォーミュラ

$$g_P^*=\frac{1}{b}-\eta_{mY}g_Y \tag{46}$$

がしたがう。

さて，Keynes＝Hicks 流の貨幣需要函数は，名目利子率 i，実質所得 Y に対し

$$\frac{M}{P}=L(i,Y) \tag{47}$$

で与えられる。しかるに，実質利子率 r は，名目利子率 i と期待インフレ率 π^e の差として定義されるから，

$$r=i-\pi^e \tag{48}$$

$$\text{or}\quad i=r+\pi^e \tag{49}$$

がしたがう。(49)式の関係は，Fisher 恒等式（Fisher identity）と呼ばれる。いま，(49)式を適用すれば，(47)式は

$$\frac{M}{P}=L(r+\pi^e,Y),\ L_i<0,\ L_Y>0 \tag{50}$$

と表現し直される。

ところで，もし，定常状態を想定すれば，産出量(実質所得)，実質利子率は，貨幣成長率に影響されず実インフレ率と期待インフレ率が均等化すると考えることができる。さらに，産出量の成長を無視すれば，定常状態において実質貨幣残高は一定となる。このとき，インフレ率 $\pi=\pi^e$ が貨幣成長率 μ と均等化する，すなわち，$\pi=\pi^e=\mu$ がしたがう。

いま，実質利子率 r が $r=\bar{r}$ で一定であるものとすれば，(50)式は，

$$\frac{M}{P}=L(\bar{r}+\pi, Y) \tag{51}$$

と表現し直される。しかるに，Friedman の記号法 $g_P=\dot{P}/P$ は，上の $\pi=\pi^e$ に外ならず，したがって，(51)式は，

$$\frac{M}{P}=f(g_P, Y) \tag{52}$$

と表現し得る。(52)式は，上の Friedman の(35)式に外ならない。したがって，Friedman の定式化は，Keynes＝Hicks のそれの特殊ケースと位置づけることができよう。

さて，$r=\bar{r}, Y=\bar{Y}$ の定常状態を想定しよう。上の議論から，(50)式は，

$$\frac{M}{P}=L(\bar{r}+\mu, \bar{Y}) \tag{53}$$

と表現し直される。

このとき，貨幣創造益 S は，$m=M/P$ を想起すれば

$$S=\frac{\dot{M}}{P}=\frac{\dot{M}}{M}\cdot\frac{M}{P}=\mu\cdot m \tag{54}$$

で表わされるから，定常状態において，貨幣創造益は，貨幣成長率と実質貨幣残高の積に等しくなる。この関係は，Friedman の帰結((39)式)と符合する。ここで，(54)式に(53)式を代入すれば，

$$S=\mu L(\bar{r}+\mu, \bar{Y}) \tag{55}$$

がしたがう。

さて，創造益 S を最大化する貨幣成長率 μ を求めよう。１階条件

$$\frac{dS}{d\mu}=L(\bar{r}+\mu, \bar{Y})+\mu L_i(\bar{r}+\mu, \bar{Y})=0 \tag{56}$$

がしたがう。しかるに，(56)式の右辺第１項は正，第２項は負となる。このとき，S 曲線は，小さな μ の値に対し，増加し，大きな μ の値に対しては減少する。すなわち，(56)式は，μ–S 空間に，(56)式が与える最大点 (μ^*, S^*) を頂点とする凹函数を与える。かかる関係は，インフレ税の Laffer 曲線（tax Laffer curve）と呼ばれる。(**図-4**参照。)

2. 最大持続可能創造益

本項では，具体的に特定化された貨幣需要函数の下で最大持続可能創造益が満たすべき条件のあり方をみる。

前項において，Friedman モデルをその特殊ケースとして含む Keynes＝Hicks のそれの下で貨幣成長率と創造益の空間において Laffer 曲線が導かれる可能性をみた。以下では，Cagan が提示したいくつかの貨幣需要函数の中から２つの函数型を選び，そこでの貨幣創造益が描く Laffer 曲線のあ

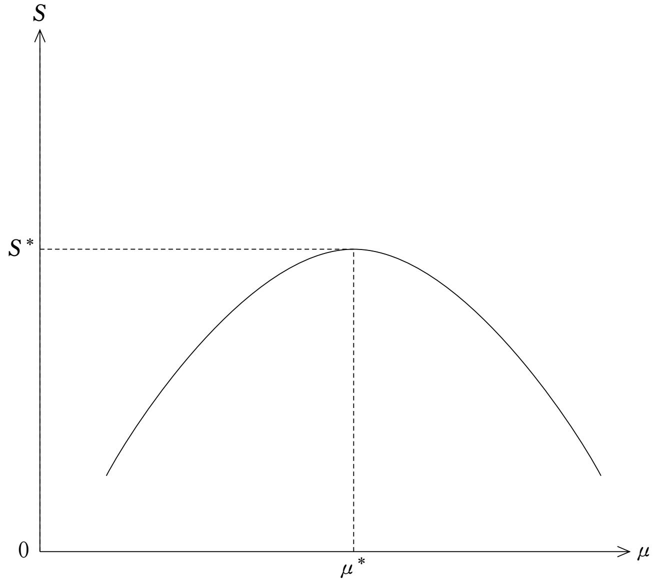

図-4

り方をみる。

まず，前節第 2 項に示された離散型の貨幣需要函数

$$m_t - p_t = \alpha(p_{t-1} - p_t) \tag{57}$$

の場合をみる。ただし，α は貨幣残高需要の半弾力性である。しかるに，(57) 式の表現が Keynes＝Hicks 流のそれに帰結することをみておこう。Cagan は，ハイパー･インフレーション中は，将来の期待インフレは，貨幣需要に及ぶ他のいずれの影響をも上回り，したがって，貨幣的要因と比較してさ程変動しない実物産出量，実質利子率の変化は無視しても差支えないと結論する。

さて，離散型モデルにおいて，貨幣創造益 S_t は，

$$S_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t} \tag{58}$$

で示される。このとき，分母の P_t は，分子の時間 t と $t-1$ の間の名目貨幣供給増を政府に向かう実物資源の流量に変換する機能をもつ。しかるに，ハイパー･インフレーションは実質貨幣保有を減少させ，有効課税ベースを縮少化させる。したがって，貨幣成長からの限界収入は，少くともインフレの十分高い水準に対しては負となり得る。

いま，創造益（(58) 式）を

$$S_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{M_t} \cdot \frac{M_t}{P_t} \tag{59}$$

と表現し直せば，もし，貨幣成長の上昇が期待インフレを高めるならば，実質貨幣需要 M/P は低

下するから，貨幣成長の上昇は，必ずしも創造益収入を増加させるとは限らない。

さて，(57)式を水準表示に戻せば

$$\frac{M_t}{P_t}=\left(\frac{p_{t+1}}{P_t}\right)^{-\alpha} \tag{60}$$

がしたがう。しかるに，貨幣成長率が一定であるものとすれば，前節の(32)式を想起すれば

$$1+\mu=\frac{M_t}{M_{t-1}}=\frac{P_t}{P_{t-1}} \tag{61}$$

がしたがう。ここで，(60)，(61)式を(59)式に代入すれば

$$S=\frac{\mu}{1+\mu}(1+\mu)^{-\alpha}=\mu(1+\mu)^{-\alpha-1} \tag{62}$$

がしたがう。

ここで，(62)を μ に関して最大化すれば，1階条件

$$(1+\mu)^{-\alpha-1}-\mu(\alpha+1)(1+\mu)^{-\alpha-2}=0 \tag{63}$$

がしたがい，(63)式は，

$$(1+\mu)^{-\alpha-1}\left[1-\mu(\alpha+1)\left(\frac{1}{1+\mu}\right)\right]=0 \tag{64}$$

$$\text{or}\quad 1+\mu=\mu(\alpha+1) \tag{65}$$

と変形され，(65)式は，さらに，

$$\mu^*=\frac{1}{\alpha} \tag{66}$$

を導く。(66)式は，創造益を最大化する貨幣成長率がインフレに関する実質残高の半弾力性の逆数に依存することを意味している。

財政逼迫に直面する政府にとって他の手段による税収徴集力に限度があるとき，貨幣創造益に過度に依存する事例が多々見受けられる。Cagan は，インフレ期待が適応的（adaptive）であり，したがって，回顧的であれば，上の創造益最大化貨幣供給率を一時的に超過するが，政府にとって短期的便益がもたらされる可能性を示唆する。[8)]

さて，Cagan が提示する貨幣需要函数

$$\log\frac{M}{P}=a-bi+\log Y,\ b>0 \tag{67}$$

が妥当する場合をみてみよう。(67)式を水準表示に変換すれば

$$\frac{M}{P}=e^aYe^{-bi} \tag{68}$$

を得る。ここで，Fisher 恒等式を適用すれば，(68)式は

$$\frac{M}{P}=e^{a}Ye^{-b(r+\mu)} \tag{69}$$

と書き改められる。しかるに，ハイパー・インフレーション期間中における実物産出量，実質利子率の非伸縮性の主張を容れれば，(69)式は，さらに

$$\frac{M}{P}=e^{a}\bar{Y}e^{-b(\bar{r}+\mu)} \tag{70}$$

と表現し直される。

ここで，貨幣創造益 S に，(70)式を適用すれば

$$S=\frac{\dot{M}}{P}=\frac{\dot{M}}{M}\cdot\frac{M}{P}=\mu e^{a}\bar{Y}e^{-b(r+\mu)}$$

$$=C\mu e^{-b\mu} \tag{71}$$

がしたがう。ただし，$C=e^{a}\bar{Y}e^{-b\bar{r}}$ であり，定数である。貨幣創造益を貨幣成長率 μ に関して最大化すれば，1階条件

$$Ce^{-b\mu}-bC\mu e^{-b\mu}=Ce^{-b\mu}(1-b\mu)=0 \tag{72}$$

がしたがう。さらに，(72)式は，

$$\mu^{*}=\frac{1}{b} \tag{73}$$

を導く。このとき，(71)式から $S^{*}=C\frac{e^{-1}}{b}$ がしたがい，現行創造益 G が $G<S^{*}$ を満たすとき，貨幣創造の拡大は，インフレを昂進させることが帰結される。

3. 不確定実質貨幣需要

本項では，実質貨幣需要に確率過程にしたがう不確実性が作用するところで，不確実性が実質貨幣創造益と貨幣成長率にもたらす効果をみる。

いま，Keynes＝Hicks 流の実質貨幣需要に不確実性が作用するものとする。このとき，名目利子率と実物産出量は固定されているものとし，実質貨幣需要函数を一般型

$$\frac{M}{P}=L(\bar{r}+\mu,\bar{Y},\theta(t)) \tag{74}$$

で表わそう。$\theta(t)$ は函数 $L(\cdot)$ をシフトさせるべく作用する。ただし，$\theta(t)$ は，連続的確率過程

$$d\theta=\sigma(\theta)dz=\sigma(\theta)\varepsilon(t)\sqrt{dt} \tag{75}$$

にしたがって変動するものとし，$\varepsilon(t)$ は平均ゼロ，分散 1 をもつ Wiener 過程にしたがう系列無相

関な確率変数であるものとする。

このとき，貨幣創造益 S は，確率変数となり

$$S=\mu L(\bar{r}+\mu,\bar{Y},\theta(t)) \tag{76}$$

で表わされる。$\theta(t)$は，S をシフトさせるべく作用する。(76)式を用いれば，貨幣創造益最大化の問題は，

$$\max_{\mu} E_0\int_0^{\infty}S(t)e^{-rt}dt \tag{77}$$

で表わされる。ただし，E_0は，時点ゼロに利用可能な情報に基づく期待値オペレータである。

ここで，確率動的計画法（stochastic dynamic programming）を適用すれば，状態評価函数（value function）

$$J=J(\theta(t),t)=\max_{\mu} E_t\int_t^{\infty}\hat{S}(\tau)d\tau \tag{78}$$

が定義される。ただし，$\hat{S}(t)=S(t)e^{-rt}$ であり，割引率 r による割引現在価値である。

いま，積分を時間間隔 Δt で分割すれば

$$\begin{aligned}J(\theta(t),t)&=\max_{\mu} E_t\int_t^{t+\Delta t}\hat{S}(\tau)d\tau+\max_{\mu} E_{t+\Delta t}\int_{t+\Delta t}^{\infty}\hat{S}(\tau)d\tau\\&=\max_{\mu} E_t\left\{\int_t^{t+\Delta t}\hat{S}(\tau)d\tau+J(\theta(t+\Delta t),t+\Delta t)\right\}\\&=\max_{\mu}\left\{\hat{S}(t)\Delta t+E_t[J(\theta(t+\Delta t),t+\Delta t)]\right\}\end{aligned} \tag{79}$$

がしたがう。しかるに，$E_t[J(\theta(t+\Delta t),t+\Delta t)-J(\theta(t),t)]=E_t\Delta J$ であるから，(79)式は，さらに

$$J(\theta(t),t)=\max_{\mu}\left[\hat{S}(t)\Delta t+J(\theta(t),t)+E_t\Delta J\right] \tag{80}$$

と変形される。ここで，(80)式の両辺から $J(\theta(t),t)$ を減じ，Δt で除し，$\Delta t\to 0$ とすると，その極限値 dt に対し

$$0=\max_{\mu}\left[\hat{S}(t)+\frac{1}{dt}E_t dJ\right] \tag{81}$$

がしたがう。(81)式は，Bellman 方程式（Bellman equation）を与える。

ここで，$J(\theta(t),t)$ に伊藤補題（Ito's lemma）を適用し，$(dt)^2=0$, $(d\theta)^2=dt$ を想起すれば

$$\begin{aligned}dJ&=J_{\theta}\sigma(\theta)dz+J_t dt+\frac{1}{2}J_{\theta\theta}(\sigma(\theta)dz)^2\\&=J_{\theta}\sigma(\theta)dz+J_t dt+\frac{1}{2}J_{\theta\theta}\sigma^2(\theta)dt\end{aligned} \tag{82}$$

を得る。いま，(82)式の両辺の期待値をとり，$E(dz)=0$ を想起し，$(1/dt)$を乗ずれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right) E_t dJ = J_t + \frac{1}{2} J_{\theta\theta} \sigma^2(\theta) \tag{83}$$

がしたがう。(83)式を上の Bellman 方程式((81)式)に代入すれば，(81)式は

$$0 = \max_{\mu} \left[\widehat{S}(t) + J_t + \frac{1}{2} J_{\theta\theta} \sigma^2(\theta) \right] \tag{84}$$

と書き改められる。(84)式は，各瞬間毎に μ を，創造益の割引現在価値の期待値と当該期創造益が丁度相殺されるように選択しなければならないことを要請している。

いま，(84)式の最大化を実行すれば，直ちに，

$$L(\bar{r}+\mu, \bar{Y}, \theta) + \mu \frac{\partial L(\bar{r}+\mu, \bar{Y}, \theta)}{\partial \mu} + J_t \mu + \frac{1}{2} J_{\theta\theta} \mu \sigma^2(\theta) = 0 \tag{85}$$

がしたがう。

ここで，議論を具体化するために，Cagan の実質貨幣需要函数((67)式)が妥当する場合を想定しよう。すなわち，

$$\log \frac{M}{P} = a - bi + \log Y \tag{86}$$

を水準表示に変換すれば

$$\frac{M}{P} = e^a e^{-b(\bar{r}+\mu)} \bar{Y} \tag{87}$$

を得る。ここで，(87)式の平均値を ξ とすれば

$$\xi = e^a \cdot e^{-b\bar{r}} \cdot \bar{Y} e^{-b\bar{\mu}} = C e^{-b\bar{\mu}} \tag{88}$$

がしたがう。ただし，$C = e^a e^{-b\bar{r}} \bar{Y}$ である。このとき，確率実質貨幣需要函数を

$$dm = \xi dt + \sigma dz \tag{89}$$

で表わせば，貨幣創造益は，

$$S = \mu(\xi dt + \sigma dz) \tag{90}$$

で表わされ，したがって，創造益最大化の問題は

$$\max_{\mu} E_0 \int_0^{\infty} \widehat{S}(t) e^{-rt} dt, \text{ where } \widehat{S}(t) = S(t) e^{-rt} \tag{91}$$

で表わされ，再び，状態評価函数

$$J = J(\theta(t), t) = \max_{\mu} E_t \int_t^{\infty} \widehat{S}(\tau) d\tau \tag{92}$$

が定義される。上と同様の手続きを適用すれば

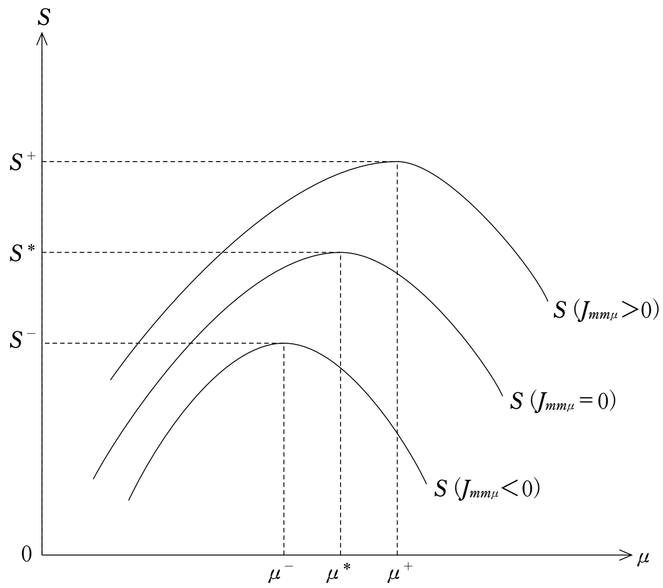

図-5

$$0=\max_{\mu}\left[\,\hat{S}(t)+\left(\frac{1}{dt}\right)dJ\,\right] \tag{93}$$

がしたがう。ここで，状態評価函数に伊藤補題を適用すれば

$$dJ=J_m dm+J_t dt+\frac{1}{2}J_{mm}(\sigma(z)\,dm)^2 \tag{94}$$

がしたがう。

(94)式に(89)式を代入し，$dz=0$, $(dz)^2=dt$ を想起すれば

$$\left(\frac{1}{dt}\right)dJ=\left[\,J_m[\xi dt+\sigma dz]+J_t dt+\frac{1}{2}J_{mm}\sigma^2(z)\,dt\,\right]\left(\frac{1}{dt}\right)$$
$$=J_m\xi+J_t+\frac{1}{2}J_{mm}\sigma^2(z) \tag{95}$$

がしたがう。(95)式を Bellman 方程式((93)式)に代入すれば

$$0=\max_{\mu}\left[\,\hat{S}(t)+J_m\xi+J_t+\frac{1}{2}J_{mm}\sigma^2(z)\,\right] \tag{96}$$

を得る。ここで，(96)式の最大化を実行すれば

$$m+\mu\frac{\partial m}{\partial \mu}+J_{m\mu}\xi+J_t\mu+\frac{1}{2}J_{mm\mu}\sigma^2(z)=0 \tag{97}$$

がしたがう。

しかるに，$J_{mm\mu}$ の符号は確定し得ない。いま，不確実性が作用しない，すなわち，$\sigma^2(z)=0$ のとき

$$m+\mu\frac{\partial m}{\partial \mu}+J_{m\mu}\xi+J_t\mu=0 \tag{98}$$

を満たす貨幣成長率を μ^*，対応する創造益を S^* とし，

$$\Phi(\mu)\equiv m+\mu\frac{\partial m}{\partial \mu}+J_{m\mu}\xi+J_{t\mu}\frac{1}{2}J_{mm\mu}\sigma^2(z) \tag{99}$$

を定義すれば，直ちに，$\Phi(\mu^*)=\frac{1}{2}J_{mm\mu}\sigma^2(z)$ がしたがう。

$J_{mm\mu}>0$ のとき，(99)式を満たす貨幣成長率を μ^+ とすれば，$\mu^+>\mu^*$ がしたがう。逆に，$J_{mm\mu}<0$ のとき，(99)式を満たす貨幣成長率を μ^- とすれば，$\mu^-<\mu^*$ がしたがう。前者の場合においては不確実性は創造益を増加させ，インフレが昂進する余地が増す。(**図-5**参照。)

7）総人口を N とし，$N=1$ と正規化される。

8）かかる主張に対しては異論がある。例えば，Cukierman＝Edwards＝Tabellini, *op. cit.,* 参照

第３節　　貨幣創造とハイパー･インフレーション

1．固定的実物産出量

本節では，定常状態外における貨幣創造とハイパー･インフレーションの関係をみる。

本項では，名目利子率と実物産出量が固定されている情況下で，実質貨幣保有と期待インフレ率が漸次的調整にしたがうところでの貨幣創造（seigniorage）とハイパー･インフレーションの関係をみる。[9)]

すでにみたごとく，Keynes＝Hicks 流の実質貨幣需要函数は，

$$\begin{aligned}\frac{M}{P}&=L(i,Y)\\&=L(r+\pi^e,Y),\ L_i<0,\ L_Y>0\end{aligned} \tag{100}$$

で与えられた。

しかるに，定常状態においては，実物産出量，実質利子率は貨幣成長率によって影響されず，実インフレと期待インフレが一致すると想定し得た。さらに，産出量の成長を無視すれば，定常状態において貨幣実質残高は一定となり，インフレ率と貨幣成長率が一致した。このとき，(100)式は，

$$\frac{M}{P}=L(\bar{r}+\mu,\bar{Y}) \tag{101}$$

と表現し直される。ただし，$\bar{r}$ は一定実質利子率，$\bar{Y}$ は一定産出量，そして，μ は貨幣成長率($\mu = \dot{M}/M$)である。しかしながら，かかる定常状態の実現は，無限大の調整速度の下での瞬時的調整が妥当する場合に限定された。

以下では，個人が，実質貨幣保有やインフレ期待を経済環境の変化に対し，瞬時的ではなく漸次的に調整していくものとする。このとき，短期的には，貨幣創造は必ず貨幣成長を促がし，政府は最大持続可能水準を越える創造益（seigniorage）を獲得し得ることになる。ここに，ハイパー・インフレーションが発生する余地が生まれる。

さて，以下では，Romer, *op. cit.,*の示唆にしたがって，実質利子率と産出量は一定であるが実質貨幣需要と期待インフレに関しては漸次的調整が妥当する情況を想定し，貨幣創造とハイパー・インフレーションの関係をみてみる。

再び，個人の実質貨幣保有が前節における Cagan による需要函数

$$\log \frac{M}{P} = a - bi + \log Y,\ b > 0 \tag{102}$$

で与えられるものとしよう。(102)式の対数値を水準値に変換し，$r = \bar{r}$，$Y = \bar{Y}$ を想起すれば，実質貨幣保有希望値 m^*は

$$\begin{aligned} m^*(t) &= e^a \bar{Y} e^{-b(\bar{r}+\mu)} \\ &= C \cdot e^{-b\mu} \end{aligned} \tag{103}$$

で表わされる。ただし，$C \equiv e^a \bar{Y} e^{-b\bar{r}}$ である。

ここで，実質貨幣保有 $m(t)$が目標値 $m^*(t)$に漸次的に向かう調整過程を想定する。すなわち，

$$\frac{d \log m(t)}{dt} = \beta [\log m^*(t) - \log m(t)] \tag{104}$$

がしたがうものとする。ここで，(103)式を考慮すれば，(104)式は，さらに，

$$\frac{\dot{m}(t)}{m(t)} = \beta [\log C - b\pi(t) - \log m(t)] \tag{105}$$

と変形される。ただし，β は調整速度であり，$0 < \beta < \dfrac{1}{b}$を満たすものと仮定する。この仮定は，前節から明らかなごとく，調整が急速すぎないこと要請するそれである。

いま，貨幣創造益（seigniorage）が

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{\dot{M}(t)}{P(t)} \\ &= \frac{\dot{M}(t)}{M(t)} \cdot \frac{M(t)}{P(t)} \\ &= \mu(t) m(t) \end{aligned} \tag{106}$$

で定義されることを想起し，当初，経済は，$G < S^*$なる水準の定常状態にあり，やがて，G は S^* を上回るものと想定される。しかるに，S^*は，個人が実質貨幣保有を目標値に向けて瞬時に調整

したならば政府が取得し得る最大創造益であるから，政府は，瞬時的調整がなされる場合を上回る創造益を取得し得ない。

しかしながら，他方で，漸次的調整の下で，貨幣成長とインフレ率を上昇させながら創造益必要額を取得し得る。インフレ率が上昇すると実質貨幣保有は低下していく。しかるに，調整は瞬時的なそれではないから，実質貨幣ストックは $Ce^{-b\pi(t)}$ を上回る。そこで，政府は，S^*以上の創造益を取得し得る。しかしながら，実質貨幣ストックが低下すると必要貨幣成長率は上昇する。ここに爆発的インフレが発生する。

さて，上の爆発的インフレへの過程を Romer の示唆にしたがって，実質貨幣ストックに限定して，その動学をみてみよう。

いま，創造益の初期値 G は定常状態にあるが，最大値 S^*より小さい，すなわち，$G<S^*$と想定すれば，$\dot{m}/m=\dot{M}/M-\dot{P}/P=\mu-\pi$ がしたがうから，$m(t)\mu(t)=G$ となり，

$$\pi(t)=\mu(t)-\frac{\dot{m}(t)}{m(t)}$$
$$=\frac{G}{m(t)}-\frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \qquad (107)$$

がしたがう。ここで，(107)式を(105)式に代入すれば，

$$\frac{\dot{m}(t)}{m(t)}=\beta\left\{\log C-b\left[\frac{G}{m(t)}-\frac{\dot{m}(t)}{m(t)}\right]-\log m(t)\right\} \qquad (108)$$

を得る。

さて，(108)式を $\dot{m}(t)/m(t)$ について解けば

$$\frac{\dot{m}(t)}{m(t)}=\frac{\beta}{1-b\beta}\left[\log C-b\frac{G}{m(t)}-\log m(t)\right]$$
$$=\left(\frac{\beta}{1-b\beta}\right)\frac{b}{m(t)}\left[\frac{\log C-\log m(t)}{b}m(t)-G\right] \qquad (109)$$

がしたがう。

ところで，目標貨幣保有を m に等しくするために要するインフレ率は，$Ce^{-b\pi}=m$ の解である。いま，対数をとり変形すれば必要インフレ率 π は，$\pi=(\log C-\log m)/b$ となる。次に，実質貨幣保有が定常状態になるとすれば，すなわち，$\dot{m}(t)/m(t)=0$ ならば，創造益 $S=\pi m$ がしたがうから，したがって，実質貨幣残高 m に対応する創造益の持続可能水準は，$S^*=[(\log C-\log m)/b]m$ となる。

いま，初期創造益 G が創造益の最大持続可能水準 S^*より大きい，すなわち $G>S^*$がしたがうものと想定してみよう。このとき，直ちに，すべての m の値に対し $[(\log C-\log m)/b]m<G$ がしたがい，(409)式の右辺〔　〕内の表現は負の符号をとることになる。このとき，$(1-b\beta)>0$ を考慮すれば，(109)式右辺は必ず負となる。すなわち，出発点の如何にも関らず，実質貨幣ストックは低下し続けていく。実質貨幣ストックが低下し続けていくと，政府が必要創造益を取得するためには，貨幣成長が上昇し続けていかなければならない。このことは，爆発的というコストの負担を覚悟せずには，S^*より大きな創造益 S を政府が取得し得ないことを意味している。(**図-6**の

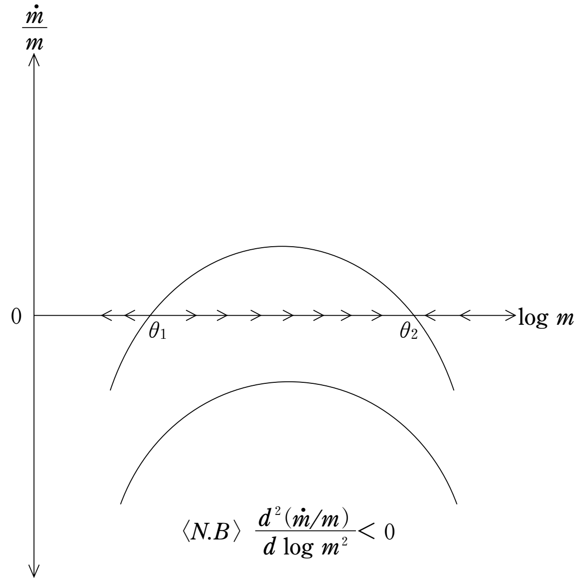

図-6

下段の曲線参照。)

逆に，$G<S^*$の場合，インフレが不安定定常解θ_1と安定定常解θ_2の間のとき$\pi m^*=G$となり，それ以外のとき$\pi m^*<G$となる。(**図-6**の上段の曲線参照。)

2. 変動実物産出量

本項では，実物産出物ないし実質所得の固定化の想定を緩め，産出物市場を明示的に想定した上での貨幣創造とハイパー･インフレーションの関係をみる。

前項においては，名目利子率に加えて実物産出量ないし実質所得が固定化された情況が想定された。両者の変数の変化の可能性を考慮に入れても，その変化の効果はインフレの効果に比して微少なものであることがその根拠とされた。

以下では，上の想定を部分的に緩める，すなわち，政府的配慮が働く余地のある名目利子率の固定化の想定は継続して維持されるものの産出物市場を通じた産出量調整の可能性を考慮する。このとき，実質貨幣需要函数は，

$$\frac{M}{P}=L(\bar{r}+\mu, Y) \tag{110}$$

と表現される。

さて，実物産出物に対する需要函数

$$\log Y=a_0+a_1(\log M-\log P)+a_2\pi^e \tag{111}$$

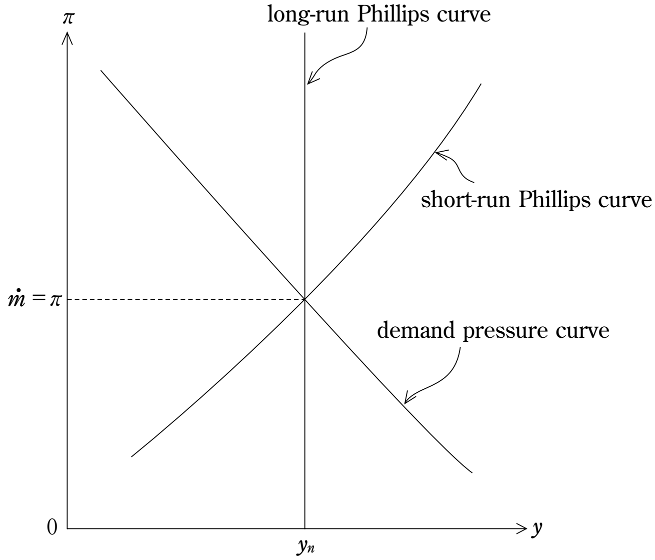

図-7

を導入する。いま，(111)式を時間に関して微分すれば，

$$\dot{y}=a_1(\dot{m}-\dot{p})+a_2\dot{\pi}^e \tag{112}$$

$$\text{or}\quad \dot{y}=a_1(\dot{m}-\pi)+a_2\dot{\pi}^e \tag{113}$$

がしたがう。(113)式は，需要圧力曲線（demand pressure curve）と呼ばれる。このとき，短期，長期 Phillips 曲線をそれぞれ

$$\pi=r(y-y_n)+\pi^e,\quad r>0 \tag{114}$$

$$\dot{\pi}^e=\phi(\pi-\pi^e),\qquad \phi>0 \tag{115}$$

で表わせば，(113), (114), (115)式は，y–π 座標に，それぞれ，右下りの需要圧力曲線，右上りの短期 Phillips 曲線，そして垂直の長期 Phillips 曲線を描く。

因みに，上の体系の調整速度が十分速ければ，３本の曲線の交点$(y_n, \pi=\mu=\dot{m})$に向かって体系は収束し均衡が達成される。このとき，$\pi=\pi^e, y=y_n$ がしたがい，$\pi=\dot{m}$ がしたがう。（**図-7**参照。）

ところで，上の実物産出物需要函数を

$$\log Y^*=a_0+a_1\log m+a_2\pi \tag{116}$$

と表現し直せば，(116)式は，所与の π に対して需給均等化する均衡産出量ないし均衡実質所得を与える。ここで，(116)式を水準表示に変換すれば

$$\begin{aligned} Y^*(t)&=e^{a_0}\cdot m(t)^{a_1}e^{a_2\pi(t)}\\ &=Am(t)^{a_1}e^{a_2\pi(t)} \end{aligned} \tag{117}$$

を得る。ただし，$A \equiv e^{a_0}$である。

さて，実質貨幣保有は，前項におけると同様に，Cagan の需要函数

$$\log \frac{M}{P} = a - bi + \log Y,\ b > 0 \tag{118}$$

で与えられるものとする。目標実質貨幣保有は，

$$m^*(t) = BY(t) e^{-b\pi(t)} \tag{119}$$

で表わされる。ただし，$\beta \equiv e^{(a - b\bar{r})}$である。

ここで，実質貨幣保有が目標値に向かう漸次的調整過程を想定しよう。調整速度β $(0 < \beta < 1)$に対し，

$$\frac{d \log m(t)}{dt} = \beta [\log m^*(t) - \log m(t)] \tag{120}$$

で表わされる。ここで，(119)式を対数表示し，均衡実物産出量で評価すれば

$$\log m^*(t) = \log B + \log Y^*(t) - b\pi(t) \tag{121}$$

がしたがう。しかるに，$\log Y^*(t)$は，(117)式から

$$\log Y^*(t) = \log A + a_1 \log m(t) + a_2 \pi(t) \tag{122}$$

で表わされるから，(121)，(122)式を考慮すれば，(120)式は，

$$\frac{\dot{m}(t)}{m(t)} = \beta [\log B + \log A - (1 - a_1) \log m(t) + (a_2 - b) \pi(t)] \tag{123}$$

と変形される。

さて，前項同様に，爆発的インフレ過程の動学をみてみよう。

いま，創造益の初期値 G は定常状態にあるが最大値 S^*より小さい，すなわち，$G < S^*$と想定すれば，$m(t)\mu(t) = G$ となり

$$\begin{aligned} \pi(t) &= \mu(t) - \frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \\ &= \frac{G}{m(t)} - \frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \end{aligned} \tag{124}$$

がしたがう。ここで，(124)式を上の(123)式に代入すれば

$$\frac{\dot{m}(t)}{m(t)} = \beta \left\{ \log B + \log A - (1 - a_1) \log m(t) - (b - a_2) \left[\frac{G}{m(t)} - \frac{\dot{m}(t)}{m(t)} \right] \right\} \tag{125}$$

を得る。

いま，(125)式を $\dot{m}(t)/m(t)$について解けば

$$\frac{\dot{m}(t)}{m(t)} = \left(\frac{\beta}{1 - \beta(b - a_2)} \right) \frac{b - a_2}{m(t)} \left[\frac{\log B + \log A - (1 - a_1) \log m(t)}{b - a_2} m(t) - G \right] \tag{126}$$

を得る。

ところで，目標貨幣保有を m^* に均等化させるために必要なインフレ率は，$m^*(t)=BY^*(t)e^{-b\pi(t)}=B\cdot Am^*(t)^{a_1}e^{(a_2-b)\pi(t)}$ の解であり，$\pi=(\log B+\log A-(1-a_1)\log m)/(b-a_2)$ となる。次に，実質貨幣保有の定常状態において $\dot{m}(t)/m(t)=0$ であり，創造益 $S=\pi m$ がしたがう。このとき，実質貨幣残高 m に対する創造益の持続可能水準は $S^*=[(\log B+\log A-(1-a_1)\log m)/(b-a_2)]m$ となる。貨幣需要の方が産出量需要よりインフレに対しより感応的（$(b-a_2)>0$）であるものとする。

いま，$G>S^*$ とすれば，すべての m の値に対し $[(\log B+\log A-(1-a_1)\log m)/(b-a_2)]m<G$ がしたがう。(126)式の右辺〔　〕内は負となり，さらに，$(1-\beta(b-a_2))>0$ と仮定すれば，右辺は必ず負となり，貨幣成長は上昇し続けなければならず，創造益最大化による創造益の取得政策は，爆発的インフレというコスト負担と引換えるそれとなることが帰結される。$G<S^*$ の場合についても，前項と同様の議論が妥当する。

9）本項における手続きは，Rower, *op. cit.*,(Chap. 10)に負う。

結びにかえて

古代ローマ帝国で流通した銀貨（nummus）の銀含有率は，紀元元年半ばには98%の高水準にあったものが250年までに40%，３世紀終了前までにはたったの４%と低下していった。反対に，ローマ帝国の金貨（solidus）に取って代わったビザンチン帝国の金貨（nomisma）は，4.48グラムの重量と98%の金位（title）を４世紀から11世紀までの間維持し続け，イギリスからペルシャまで広い流通版図を誇っていた。

もし，貨幣改鋳の権限が国王の手に在ったならば，13世紀のフランスのフィリップス国王が多用した貨幣価値低下策によって自らの逼迫財政の大幅な立直しが可能となるであろう。

教会が木札の預り証と引換えに信者の財産を保管，やがて運用する実態は，それを目にしたユダヤ人にとって後々金融業務を業いとする際の掛替えのないノウハウを提供した。

ユダヤ人は，スペイン追放後オランダに経済的繁栄をもたらし，さらに，一部は，イギリスに，ドイツに，スウェーデンに移動していった。農業生産の振わないスウェーデンは物々交換よりも塩，貝殻，硬貨といった取引媒体を通じた商業取引に力を注いだ。16世紀の独立を機に，アメリカのドルの名称の起源となる最初の貨幣（dalar）を鋳造した。Karl 10世は国王令により「ストックホルム銀行」の設立，運営をユダヤ系オランダ商人に委ねた。法定通貨の銅の持ち運びの不便解消のため，銀行は銅板を預かり，紙の領収書を発行した。紙幣の始まりである。ユダヤ人の伝統的ノウハウの準用である。17世紀には紙幣は大流行し，アムステルダム，ロンドン，パリ，ヴェネチア等でも流通し始めた。

しかるに，銅保有から自由となった「ストックホルム銀行」の紙幣の過剰発行によりインフレ現象が生じ，政府は，1667年に国有化を，翌68年には，中央銀行化を行ない「スウェーデン国立銀行」と改称した。イギリスにおいても，「イングランド銀行」が国王から通貨発行を許可する特許状を与えられ，中央銀行となっていった。

アメリカ独立戦争は，本国イギリスに対し，独自の通貨発行権を認めさせるための戦いでもあり，

南北戦争は，政府と銀行側の間の通貨発行権をめぐる対立を後世に残した。現在は，私的事業体としての連邦準備銀行が中央銀行として通貨発行権を手中に収めている筈である。通貨発行権がいずれの手にあるかは，重大な関心事である。しかるに，文献においては，通貨幣創造，シニョレッジの発動権利者は政府であるとして議論は展開されている。本稿も，それに準じた。

上では，まず貨幣創造が名目貨幣成長率と創造益の間に Laffer 曲線を描き，実質貨幣需要函数に確率過程にしたがう不確実性が作用するとき，Laffer 曲線は，条件の如何によって上方にも下方にもシフトし，インフレが昂進する可能性が確かめられた。

次に，実質貨幣需要函数の要素として，名目利子率一定の下で，実質貨幣成長率と実質所得の貨幣創造にともなう変動がハイパー・インフレーションを招き得る可能性が検討された。

伝統的 Keynes 有効需要政策と貨幣創造主導貨幣政策を結合し，不確実性の効果を検討することは，本稿の興味深い発展化の方向の一つであろう。

References

〔1〕 L. Auernheimer, “The Honest Government's Guide to the Revenue from the Creation of Money,” *Journal of Political Economy*, 82, 1974.

〔2〕 C. Azariadis, *Intertemporal Macroeconomics*, Blackwell, 1993.

〔3〕 P. Cagan, “The Monetary Dynamics of Hyper-Inflation,” in *Studies in the Quantity Theory of Money*, ed., M. Friedman, University of Chicago Press, 1956.

〔4〕 G. A. Calvo, “Optimal Seigniorage from Money Creation,” *Journal of Monetary Economics*, 4, 1978.

〔5〕 A. Cukierman, S. Edwards, and G. Tabellini, “Seigniorage and Political Instability,” *American Economic Review*, 82, 1992.

〔6〕 M. Friedman, “Government Revenue from Inflation,” *Journal of Political Economy*, 79, 1971.

〔7〕 H. I. Grossman and J. B. Van Huyck, “Seigniorage, Inflation, and Reputation,” *Journal of Monetary Economics*, 18, 1986.

〔8〕 A. Imrohoroğlu and E. C. Prescott, “Seigniorage as a Tax: A Quantitative Evolution,” *Journal of Money, Credit, and Banking*, 23, 1991.

〔9〕 A. L. Marty, “Growth, Satiety, and the Tax Revenue from Money Creation,” *Journal of Political Economy*, 81, 1973.

〔10〕 G. T. McCandless, Jr. and N. Wallace, *Introduction to Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press, 1991.

〔11〕 R. A. Mundell, *Monetary Theory*, Goodyear Publishing Company, 1971.

〔12〕 M. Obstfeld and K. Rogoff, *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press, 1999.

〔13〕 E. S. Phelps, *Golden Rules of Economic Growth*, W. W. Norton, 1966.

〔14〕 ________, “Inflation in the Theory of Public Finance,” *Swedish Journal of Economics*, 75, 1973.

〔15〕 D. Romer, *Advanced Macroeconomics*, McGrow-Hill, 2001.

〔16〕 T. J. Sargent, *Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press, 1987.

〔17〕 R. Shone, *Economic Dynamics: Phase Diagrams and Their Economic Application*, Cambridge University Press, 2002.

〔18〕 S. J. Turnovsky, *Methods of Macroeconomic Dynamics*, MIT Press, 1995.